

Материал одинаково работает на растяжение и на сжатие ($\sigma_{тр} = -\sigma_{сж}$), значит $M_{x, \max}$ берём по модулю:

$$M_{x, \max} = \frac{3}{2} ql^2$$

Дано: $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$

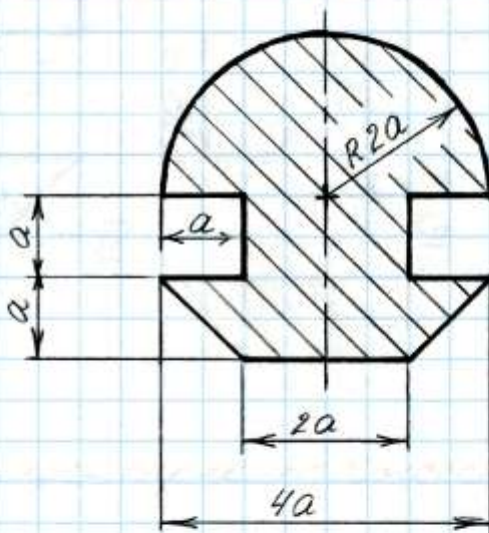
$l = 1 \text{ м}$

$a = 40 \text{ мм}$

$[\sigma] = 200 \text{ МПа}$

Поперечное сечение

балки:



Найти: допустимое значение нагрузки $[q]$.

Решение

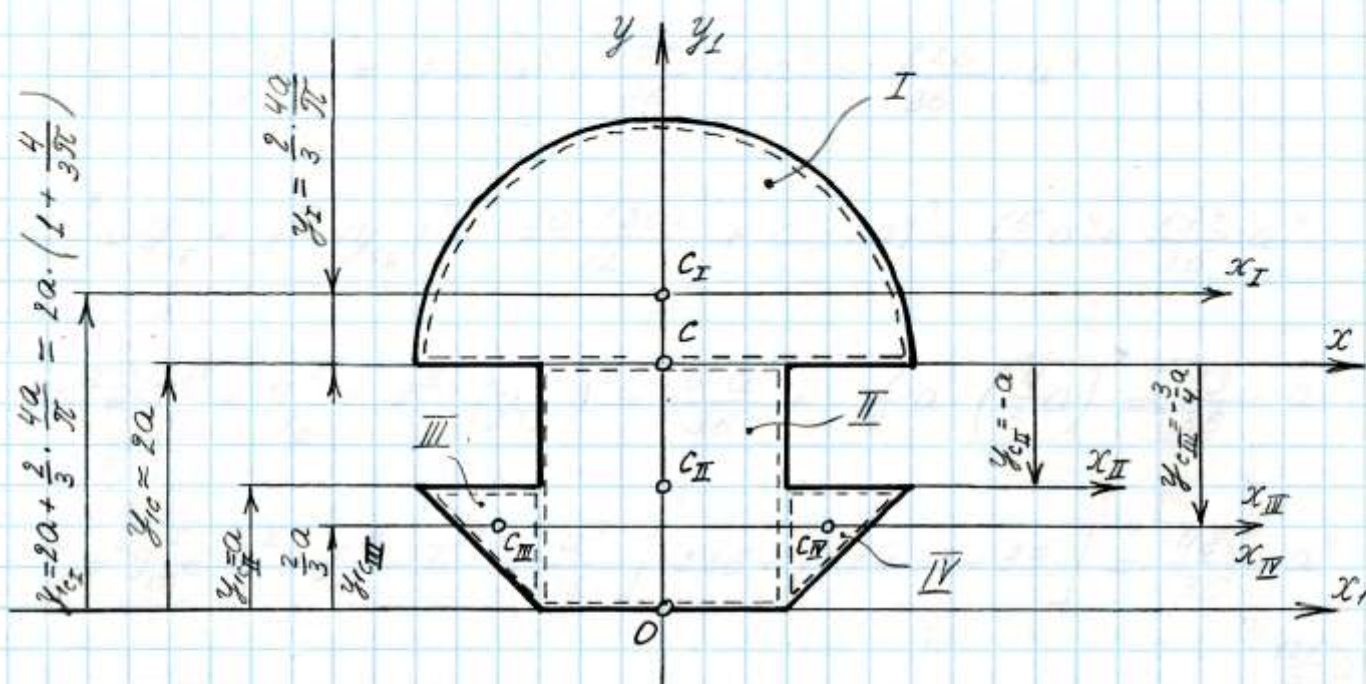
1) Найти максимальное значение внутреннего изгибающего момента:

$$Z_A = 0; \quad Y_A = \frac{ql}{2}; \quad Y_D = \frac{9ql}{2}$$

Строим эпюры Q_y и M_x и

$$|M_x|_{\max} = \frac{3}{2} ql^2$$

2) Рассчитываем геометрические характеристики поперечного сечения:



a) Поиск координаты y_{IC} центра тяжести:

$$x_{IC} = 0$$

$$y_{IC} = ?$$

$$S_{x_I}^I = A^I \cdot y_{IC_I} = \frac{1}{2} \pi R^2 \cdot 2a \cdot \left(1 + \frac{4}{3\pi}\right) = \frac{1}{2} \pi (2a)^2 \cdot 2a \cdot \left(1 + \frac{4}{3\pi}\right) = \pi \cdot 4a^2 \cdot \frac{3\pi+4}{3\pi} \approx \frac{53,6}{3} \cdot a^3;$$

$$S_{x_I}^{II} = A^{II} \cdot y_{IC_{II}} = (2a \cdot 2a) \cdot a = 4 \cdot a^3;$$

$$S_{x_I}^{III} = S_{x_I}^{IV} = A^{III} \cdot y_{IC_{III}} = \left(\frac{1}{2} \cdot a \cdot a\right) \cdot \frac{1}{3} a = \frac{a^3}{3};$$

$$S_{x_I} = S_{x_I}^I + S_{x_I}^{II} + S_{x_I}^{III} + S_{x_I}^{IV} = \frac{53,6}{3} a^3 + \frac{12}{3} a^3 + 2 \cdot \frac{a^3}{3} = \frac{67,6}{3} a^3 = 22,53 \cdot a^3;$$

$$A = A^I + A^{II} + A^{III} + A^{IV} = \frac{1}{2} \pi (2a)^2 + 4a^2 + \frac{1}{2} a^2 + \frac{1}{2} a^2 \approx 11,28 \cdot a^2;$$

$$y_{IC} = \frac{S_{x_I}}{A} = \frac{22,53}{11,28} \cdot a = 1,997 \cdot a \approx 2 \cdot a.$$

б) Момент инерции относительно оси
изгиба x :

$$J_x^I = \frac{\pi \cdot (4a)^4}{128} = 2\pi \cdot a^4 = \frac{72}{36} \cdot \pi a^4 \approx \frac{226}{36} \cdot a^4 ;$$

$$J_x^{II} = J_{x_{II}}^{II} + A^{II} \cdot (y_{c_{II}})^2 = \frac{2a \cdot (2a)^3}{12} + a^2 (2a)^2 = \frac{16}{3} a^4 = \frac{192}{36} a^4 ;$$

$$J_x^{III} = J_x^{IV} = J_{x_{III}}^{III} + A^{III} \cdot (y_{c_{III}})^2 = \frac{a \cdot a^3}{36} + \frac{1}{2} a^2 \cdot \left(\frac{4}{3}a\right)^2 = \frac{33}{36} \cdot a^4 ;$$

$$J_x = J_x^I + J_x^{II} + J_x^{III} + J_x^{IV} = \frac{a^4}{36} \cdot [226 + 192 + 33 + 33] = \frac{484}{36} \cdot a^4 .$$

в) Момент сопротивления изгибу:

$$W_x = \frac{J_x}{y_{\max}} = \frac{\frac{484 \cdot a^4}{36} \cdot \frac{1}{2a}}{\frac{121}{18}} = \frac{121}{18} a^3 .$$

3) Допустимой считается нагрузка $[q]$, при
которой максимальное напряжение в
конструкции σ_{\max} равно допустимому $[\sigma]$:

$$\sigma_{\max} = [\sigma]$$

$$\frac{|M_x|_{\max}}{W_x} = [\sigma]$$

$$\frac{3 [q] \ell^2}{2} \cdot \frac{18}{121 \cdot a^3} = [\sigma]$$

$$[q] = \frac{121 \cdot a^3 \cdot [\sigma]}{27 \cdot \ell^2} = \frac{121 \cdot 0,04^3 \cdot 200 \cdot 10^6}{27 \cdot 1^2} = 5,736 \cdot 10^4 \frac{\text{Н}}{\text{м}} = 5,7 \frac{\text{тс}}{\text{м}}$$

точность

